



XXIII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2025. december 7.

6. évfolyam

1. 3 piros és 2 kék sapkánk van. András, Béla és Cecília szemét bekötik, majd minhármuk fejére egy 1-1 sapkát tesznek, a megmaradt két sapkát pedig eldugták.

András szeméről levették a kötést, majd megkérdezték tőle, hogy milyen színű sapka van a fején. – Nem tudom – felelte.

Ezután Béla szeméről is levették a kötést. Tőle is megkérdezték, hogy milyen színű a sapkája. – Én sem tudom – felelte.

Végül Cecília szeméről is levették a kötést, majd megkérdezték tőle is a sapkája színét. Mit felelt Cecília?

(Mindhárman okosak, nincs tükör a közelben, senki sem súg és a gyerekek hallják, sőt kötés nélkül látják is egymást.)

2. A 948 és a 417 számok mindegyikét ugyanazzal a kétjegyű számmal elosztva egyenlő maradékokat kapunk. Mekkora a maradék?

3. Firkaland különleges távirodájában az elküldendő szavakért fizetendő összeget a benne foglalt betűk értéke határozza meg. A mássalhangzók ingyenesek, a magánhangzókban azonban meghatározott értékük van. Ezeket az értékeket nem ismerjük, viszont tudjuk a következő néhány, korábban elküldött szó árát batkában, a helyi pénzben kifejezve: KÖR – 2 batka, NÉGYZET – 6 batka, NÉGYSZÖG – 5 batka, TRAPÉZ – 4 batka, DELTOID – 9 batka. Határozd meg a GEOMETRIA szó elküldésének árát batkában kifejezve!

4. Adott egy 5 cm élű kocka, melynek alaplaját és fedőlapját befestettük pirosra, a négy oldallapját pedig kékre. Ezután a kocka oldallapjaival párhuzamos síkok mentén a kockát szétdaraboltuk 1 cm élű kiskockákra, majd kiválogattuk azokat, amelyeknek legalább az egyik oldala piros színű, illetve amelyeknek legalább az egyik oldala kék színű.

a) Hány cm hosszú annak a lehető legnagyobb, felülnézetből piros színű négyzetnek az oldala, amelyet a kiválasztott kiskockákból ki tudunk rakni?

b) Hány cm hosszú annak a lehető legnagyobb, felülnézetből kék színű négyzetnek az oldala, amelyet ezután a kiválasztott kiskockákból még ki tudunk rakni?

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XXIII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY FELADATAINAK MEGOLDÁSAI – 6. évfolyam

1. 3 piros és 2 kék sapkánk van. András, Béla és Cecília szemét bekötik, majd minhármuk fejére egy 1-1 sapkát tesznek, a megmaradt két sapkát pedig eldugták.

András szeméről levették a kötést, majd megkérdezték tőle, hogy milyen színű sapka van a fején. – Nem tudom – felelte.

Ezután Béla szeméről is levették a kötést. Tőle is megkérdezték, hogy milyen színű a sapkája. – Én sem tudom – felelte.

Végül Cecília szeméről is levették a kötést, majd megkérdezték tőle is a sapkája színét. Mit felelt Cecília?

(Mindhárman okosak, nincs tükör a közelben, senki sem súg és a gyerekek hallják, sőt kötés nélkül látják is egymást.)

Megoldás. Írjuk le, hogy milyen lehetőségek vannak!

	András	Béla	Cecília	kék sapkák száma
	sapkájának színe			
1.	kék	kék	piros	2
2.	kék	piros	kék	
3.	piros	kék	kék	
4.	kék	piros	piros	1
5.	piros	kék	piros	
6.	piros	piros	kék	
7.	piros	piros	piros	0

A 3. eset nem lehet, mert akkor András tudta volna, hogy ő csak piros sapkás lehet.

A 2. eset nem lehet, mert akkor Béla tudta volna, hogy ő csak piros sapkás lehet.

A 6. eset nem lehet, mert akkor Béla tudta volna, hogy neki nem lehet kék sapkája, mert akkor András tudta volna a sapkája színét.

Az 1., 4., 5. és a 7. esetekben András és Béla nem tudja kitalálni sapkája színét. Ezekben az esetekben Cecília sapkája piros.

Így Cecília válasza: „Piros a sapkám.”

2. A 948 és a 417 számok mindegyikét ugyanazzal a kétjegyű számmal elosztva egyenlő maradékokat kapunk. Mekkora a maradék?

Megoldás: A 948 és a 417 ugyanolyan maradéka miatt a két szám különbsége, az 531 osztható a kétjegyű számmal. Az $531 = 3 \cdot 3 \cdot 59$ -ből adódik, hogy az 531-nek egyetlen kétjegyű osztója van, az 59. Így a maradék 4, mivel $948 = 16 \cdot 59 + 4$ és $417 = 7 \cdot 59 + 4$.

3. Firkaland különleges távirodájában az elküldendő szavakért fizetendő összeget a benne foglalt betűk értéke határozza meg. A mássalhangzók ingyenesek, a magánhangzóknak azonban meghatározott értékük van. Ezeket az értékeket nem ismerjük, viszont tudjuk a következő néhány, korábban elküldött szó árát batkában, a helyi pénzben kifejezve: KÖR – 2 batka, NÉGYZET – 6 batka, NÉGYSZÖG – 5 batka, TRAPÉZ – 4 batka, DELTOID – 9 batka. Határozd meg a GEOMETRIA szó elküldésének árát batkában kifejezve!

Megoldás. Próbáljuk meg meghatározni a magánhangzók árát batkában kifejezve. Készítsünk ehhez egy megfelelő táblázatot:

	E	O	I	A	É	Á	Ö	U
KÖR							1	
NÉGYZET	1				1			
NÉGYSZÖG					1		1	
TRAPÉZ				1	1			
DELTOID	1	1	1					
GEOMETRIA	2	1	1	1				

A KÖR 2 batka, tehát az Ö betű 2 batkába kerül.

A NÉGYSZÖG 5 batka, az Ö betű 2 batka, ezért az É betű 3 batka.

A NÉGYZET 6 batka, az É betű 3 batka, ezért az E betű 3 batka.

A TRAPÉZ 4 batka, az É betű 3 batka, ezért az A betű 1 batka.

A DELTOID 9 batka, az E betű 3 batka, ezért az O+I betűk együttes ára 6 batka.

A GEOMETRIA szó $2E+A+(O+I)$ betűknek megfelelően $6+1+6=13$ batkába kerül.

4. Adott egy 5 cm élű kocka, melynek alaplaját és fedőlapját befestettük pirosra, a négy oldallapját pedig kékre. Ezután a kocka oldallapjaival párhuzamos síkok mentén a kockát szétdaraboltuk 1 cm élű kiskockákra, majd kiválogattuk azokat, amelyeknek legalább az egyik oldala piros színű, illetve amelyeknek legalább az egyik oldala kék színű.

a) Hány cm hosszú annak a lehető legnagyobb, felülnézetből piros színű négyzetnek az oldala, amelyet a kiválasztott kiskockákból ki tudunk rakni?

b) Hány cm hosszú annak a lehető legnagyobb, felülnézetből kék színű négyzetnek az oldala, amelyet ezután a kiválasztott kiskockákból még ki tudunk rakni?

Megoldás.

a) Összesen $25+25=50$ olyan kiskocka van, amelynek legalább az egyik oldala piros (de ezek között vannak olyanok is, amelyeknek van kék oldala is). Ezekből a lehető legnagyobb kirakható piros négyzet oldala 7 cm hosszú, ehhez 49 kiskockára van szükség. Kimarad egy olyan kiskocka, amelynek egyik oldala piros, de ezt a kimaradót választhatjuk olyannak, amelynek van kék oldala is.

b) Az előlapon és a hátlayan $15+15=30$ kék oldallal is rendelkező kiskocka alakul ki, a baloldali és a jobboldali lapon pedig további $9+9=18$. Ez összesen 48 kék oldallal rendelkező kiskocka. Ha ehhez hozzátesszük az egy kimaradt, piros és kék oldallappal is rendelkező kiskockát, akkor lesz 49 olyan kiskockánk, amely rendelkezik kék oldallal is. Ezért a legnagyobb kirakható kék négyzet oldala is 7 cm hosszú.