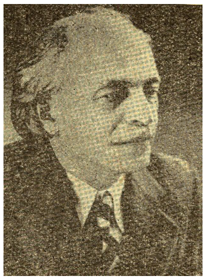


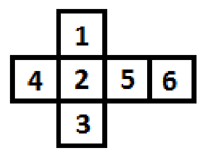
XIII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY
Zenta, 2015. december 5.

<u>5. évfolyam</u>

1. Négy város (A**,** B**,** C **és** D**) között ismert néhány távolság:** $AB=15\text{ km}$**,** $BC=64\text{ km}$**,** $CD=17\text{ km}$**,** $DA=32\text{ km}$**. Milyen messze van az** A **város a** C **várostól?**

2. Legalább hány darab és milyen fémpénznek kell lennie a trafikos kasszájában ahhoz, hogy 20 **dinárból vissza tudjon adni, bármennyi egész dinárt is kell fizetnie a vevőnek?**

3. Az ábrán levő kockahálózatot összehajtjuk kockává. Kiszámítjuk minden csúcsnál az oda befutó három lapon levő számok szorzatát. Hány különböző szorzatot kapunk ily módon? Mekkora ezen számok közül a legnagyobb?



4. Okoska elhatározta, hogy mindennap matematikai fejtörőket fog megoldani. Az első napon egyet, a másodikon kettőt, a harmadikon hármat, ezután újra 1**-et,** 2**-t,** 3**-at és így tovább. A hét melyik napján oldotta meg az** 1**. feladatot, ha a** 100**. feladatot vasárnap oldotta meg?**

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

MEGOLDÁSOK – 5. évfolyam

1. Négy város (A, B, C és D) között ismert néhány távolság: $AB = 15\text{ km}$, $BC = 64\text{ km}$, $CD = 17\text{ km}$, $DA = 32\text{ km}$. Milyen messze van az A város a C várostól?

Megoldás: Ha az A, B, C és D városok nem feküdnének egy egyenesen, akkor a három legkisebb távolság összege nagyobb lenne a legnagyobb oldalnál.
Ám ez nincs így, hiszen

$$AB + CD + DA = 15\text{ km} + 17\text{ km} + 32\text{ km} = 64\text{ km} = BC.$$

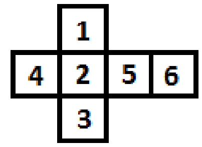
Ezért az említett városok egy egyenes mentén helyezkednek el B, A, D, C (vagy C, D, A, B) sorrendben. A D város tehát az A és C városok között van, azaz

$$AC = AD + DC = 32\text{ km} + 17\text{ km} = 49\text{ km}.$$

2. Legalább hány darab és milyen fémpénznek kell lennie a trafikos kasszájában ahhoz, hogy 20 dinárból vissza tudjon adni, bármennyi egész dinárt is kell fizetnie a vevőnek?

Megoldás: Az 5 dinárnál kevesebb pénz visszaadásához csak 1 és 2 dináros érméket használhat. Ezekből egy darab nyilván nem elegendő. Két darab érme esetén sem lehetséges ez. (Két darab 1 dináros érme esetén 3 és 4 dinárt, két darab 2 dináros érme esetén 1 és 3 dinárt, egy darab 1 dináros és egy darab 2 dináros esetén 4 dinárt nem tud visszaadni.) Ezek alapján a trafikosnak az 1 és 2 dináros érmékből legalább három darabra van szüksége. Ez a három darab érme lehet két darab 1 dináros és egy darab 2 dináros vagy egy darab 1 dináros és két darab 2 dináros érme. Ennek a három érmének az összege nem nagyobb 5 dinárnál, ezért még legalább 14 dinár értékű érmékre van szüksége. Ehhez pedig legalább további két érme szükséges (egy darab 5 dináros és egy darab 10 dináros).
Tehát legalább öt darab fémpénzre van szükség. Ez két féle módon állhat elő:
a) két darab 1 dináros, egy-egy darab 2, 5 és 10 dináros érmével, illetve
b) két darab 2 dináros, egy-egy darab 1, 5 és 10 dináros érmével.

3. Az ábrán levő kockahálózatot összehajtjuk kockává. Kiszámítjuk minden csúcsnál az oda befutó három lapon levő számok szorzatát. Hány különböző szorzatot kapunk ily módon? Mekkora ezen számok közül a legnagyobb?



Megoldás: Legtöbb nyolc különböző szorzatot kaphatunk, mivel nyolc csúcsa van a kockának. Ezek a következők:

$1 \cdot 2 \cdot 4 = 8$	$1 \cdot 5 \cdot 6 = 30$
$3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$	$3 \cdot 5 \cdot 6 = 90$
$1 \cdot 2 \cdot 5 = 10$	$1 \cdot 4 \cdot 6 = 24$
$3 \cdot 2 \cdot 5 = 30$	$3 \cdot 4 \cdot 6 = 72$

Ez alapján hat különböző szorzatot kapunk: 8, 10, 24, 30, 72 és 90.
A feltételeknek megfelelő legnagyobb szorzat a 90.

4. Okoska elhatározta, hogy mindennap matematikai fejtörőket fog megoldani. Az első napon egyet, a másodikon kettőt, a harmadikon hármat, ezután újra 1-et, 2-t, 3-at és így tovább. A hét melyik napján oldotta meg az 1. feladatot, ha a 100. feladatot vasárnap oldotta meg?

Megoldás: 3 nap alatt $1+2+3=6$ fejtörőt oldott meg. Mivel $16 \cdot 6+4=100$, és $16 \cdot 3=48$, ezért 48 nap alatt 96 fejtörővel végzett. A fennmaradó 4 fejtörőből a 49. napon megoldott 1-et, az 50. napon kettőt. Az 51. napra már csak egy fejtörő maradt, ez volt a századik. Ha ez a nap vasárnap volt, akkor $51-49=2$, vagyis a 2. nap is vasárnap volt, az azt megelőző nap pedig csak szombat lehetett. Tehát Okoska az első feladatot szombaton oldotta meg.