



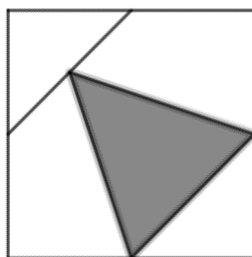
XX. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2022. december 3.

8. évfolyam

1. Egy négyjegyű szám középső számjegyeit letöröljük. Az így kapott kétjegyű szám az eredeti szám 99-ed része. Melyik lehet ez a négyjegyű szám?

2. Az ábrán látható négyzetben szakaszfelező pontok összekötésével kaptuk meg a 9 cm^2 területű szürke háromszöget. Határozd meg a négyzet területének nagyságát!



3. Egy hangya egy 2 cm , 3 cm és 5 cm oldalélű téglatest egyik csúcsán pihen. Szeretne eljutni a tőle legtávolabbi csúcshoz a lehető legrövidebb úton a téglatest felszínén haladva. Határozd meg ezt az útvonalat és számold ki a hosszúságát!

4. Fekete Mihály, versenyünk névadója $\overline{abbc}$ -ben született Zentán, és $\overline{adef}$ -ben Jeruzsálemben hunyt el $\overline{fa}$ évesen. Idén $\overline{agc}$ éves lenne. Határozd meg Fekete Mihály születésének és halálának évét, ha a, b, c, d, e, f és g különböző számjegyeket jelölnek!

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

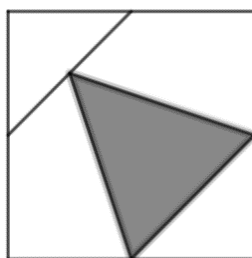
XX. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY FELADATAINAK MEGOLDÁSAI – 8. évfolyam

1. Egy négyjegyű szám középső számjegyeit letöröljük. Az így kapott kétjegyű szám az eredeti szám 99-ed része. Melyik lehet ez a négyjegyű szám?

Megoldás. Felírható az $\overline{abcd} = 99 \cdot \overline{ad}$ egyenlet, amit átírhatunk a következő alakba: $1000a + 100b + 10c + d = 990a + 99d$. Rendezés után $5(a + 10b + c) = 49d$. A d osztható 5-tel, de 0 nem lehet, így $d = 5$. Ugyanakkor $a + 10b + c = 49$. Innen a b csak 4 lehet, azaz $a + c = 9$.

Összesen 9 db négyjegyű szám felel meg a feltételnek, ezek: 1485, 2475, 3465, 4455, 5445, 6435, 7425, 8415, 9405.

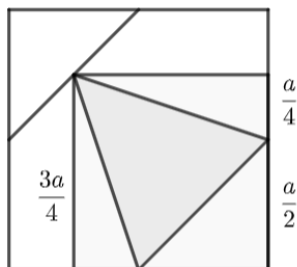
2. Az ábrán látható négyzetben szakaszfelező pontok összekötésével kaptuk meg a 9 cm^2 területű szürke háromszöget. Határozd meg a négyzet területének nagyságát!



Megoldás. Legyen a négyzet oldala a . Rajzoljuk be a $\frac{3a}{4}$ oldalú négyzetet, amelybe a szürke háromszög beleilleszkedik. Ekkor a háromszög területe felírható a következő alakban:

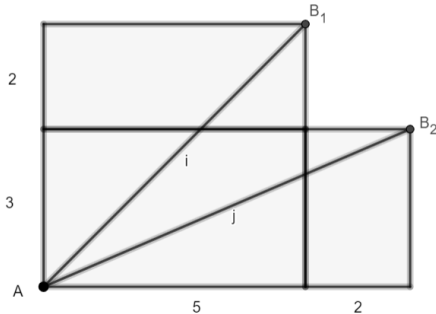
$$T_{sz} = \left(\frac{3a}{4}\right)^2 - \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} - 2 \cdot \frac{\frac{3a}{4} \cdot \frac{a}{4}}{2} = \frac{a^2}{4}.$$

A szürke terület tehát a négyzet területének negyedével egyenlő, azaz a négyzet területe 36 cm^2 .



3. Egy hangya egy 2 cm, 3 cm és 5 cm oldalélű téglatest egyik csúcsán pihen. Szeretne eljutni a tőle legtávolabbi csúchoz a lehető legrövidebb úton a téglatest felszínén haladva. Határozd meg ezt az útvonalat és számold ki a hosszúságát!

Megoldás. Két pont között a legrövidebb távolság az egyenes. Hajtogassuk ki a téglalap



oldalait a síkba és figyeljük meg, hogy mely útvonalak jöhetnek számításba (az ábrán 2 lehetséges útvonalat jelöltünk). A hangyának minden esetben át kell haladnia a téglatest két oldallapján. A Pitagorasz-tétel segítségével kiszámítható ezeknek az útvonalaknak a hossza. A legrövidebb utat abban az esetben kapjuk, ha a hangya a két szomszédos 5 cm oldalhosszúságú téglalapon keresztül mászik. Ebben az esetben a

hangya által megtett út $|AB_1| = \sqrt{5^2 + (3+2)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ cm lesz.

4. Fekete Mihály, versenyünk névadója $\overline{abbc}$ -ben született Zentán, és $\overline{adef}$ -ben Jeruzsálemben hunyt el $\overline{fa}$ évesen. Idén $\overline{agc}$ éves lenne. Határozd meg Fekete Mihály születésének és halálának évét, ha a, b, c, d, e, f és g különböző számjegyeket jelölnek!

Megoldás. Nyilvánvalóan $a=1$. Írjuk fel a következő összeadást:

$$\begin{array}{r} 1bbc \\ + 1gc \\ \hline 2022 \end{array}$$

Innen $c=6$, $g=3$ és $b=8$.

Az

$$\begin{array}{r} 1886 \\ + f1 \\ \hline 1def \end{array}$$

összeadásból pedig: $f=7$, $e=5$ és $d=9$. Fekete Mihály 1886-ban született és 1957-ben hunyt el.