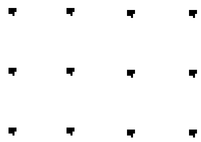
XIV. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY
Zenta, 2016. december 3.

<u>6. évfolyam</u>

1. Hány olyan téglalap van, amelynek csúcsai az alábbi négyzetrács rácspontjaira esnek?



2. Azonos betűk azonos természetes számokat rejtenek. Fejtsd meg a betűk jelentését:

$$a+b=28,\ 5\cdot b=c,\ c-d=47,\ c:9=a.$$

3. Egy lottóhúzás eredménye a következő volt: 35, 40, 44, 46, 55. **A számokat persze más sorrendben húzták ki. Gabi a televízió képernyője előtt ülve figyelte a húzást és megállapította, hogy a kihúzott számok átlaga mindig egész szám volt. Milyen sorrendben húzhatták ki a lottószámokat?**

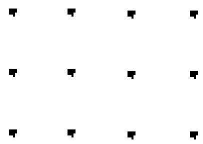
4. Oszd fel az óra számlapját három részre úgy, hogy az egyes részekben a számjegyek mennyisége és a számok összege is három egymást követő természetes szám legyen!

A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

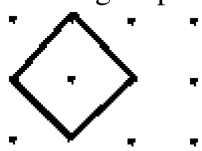
Jó munkát!

XIV. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY
MEGOLDÁSOK – 6. évfolyam

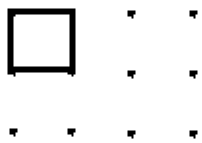
1. Hány olyan téglalap van, amelynek csúcsai az alábbi négyzetrács rácspontjaira esnek?



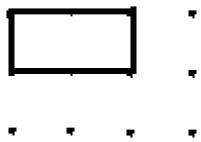
Megoldás: A téglalapok oldalai lehetnek „ferdék” vagy „állók”.
Ferde téglalap csak egyféle lehet:



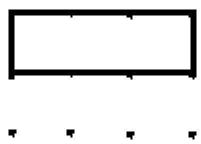
Ebből kettő van.
Az álló téglalapokat oldaluk hossza szerint csoportosíthatjuk.
Először az egy egység magasságúakat vesszük:



-ból 6 darab van,

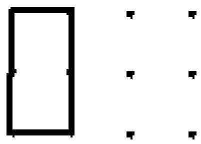


-ból 4 darab van,

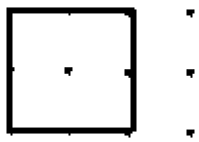


-ból 2 darab látható.

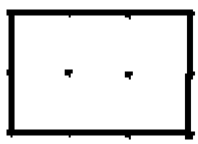
Majd a két egység magasak következnek:



-ból 3 darab van,



-ból 2 darab, míg a



-ból 1 darab van.

Összesen: 20 téglalap van.

2. Azonos betűk azonos természetes számokat rejtenek. Fejtsd meg a betűk jelentését:

$$a+b=28,\ 5\cdot b=c,\ c-d=47,\ c:9=a.$$

Megoldás: Az utolsó összefüggésből következik, hogy a c szám osztható 9-cel. A másodikból az olvasható ki, hogy a c szám az 5 többszöröse, a harmadikból pedig az, hogy c nagyobb, mint 47. Ezért a c legkisebb értéke 90. A $c=90$-et az összefüggésekbe helyettesítve kapjuk, hogy $a=10$, $b=18$, $d=43$.
A c szám következő értéke a 135 lehetne. Ekkor azonban $a=15$, az első összefüggésből $b=13$, a másodikból viszont $b=18$. A c értéke tehát nem lehet 135. A c értékét tovább növelve nem kapunk megoldásokat.

3. Egy lottóhúzás eredménye a következő volt: 35, 40, 44, 46, 55. **A számokat persze más sorrendben húzták ki. Gabi a televízió képernyője előtt ülve figyelte a húzást és megállapította, hogy a kihúzott számok átlaga mindig egész szám volt. Milyen sorrendben húzták ki a lottószámokat?**

Megoldás: Ha az öt számot összeadjuk 220-at kapunk, ami osztható öttel, tehát az öt szám átlaga egész szám. Visszafelé gondolkodva meg kell találnunk azt a négy számot melynek összege osztható 4-gyel. Ezt két féle módon tudjuk elérni: a 40 vagy a 44 kivonásával. Ha a 40-et különítjük el, akkor 180-at kapunk, ami ugyan osztható 4-gyel, de nem tudunk tovább haladni visszafelé. Ha a 44-et különítjük el, akkor 176-ot kapunk, ami szintén osztható 4-gyel, tehát az utoljára kihúzott szám a 44. A 176 hárommal osztva kettőt ad maradékul, így csak a 35 lehet a negyedik kihúzott szám. Harmadikként az 55-öt húzták ki, mert az első két szám összegének párosnak kell lennie. Így két féle húzási sorrend lehetséges: 40, 46, 55, 35, 44 vagy 46, 40, 55, 35, 44.

4. Oszd fel az óra számlapját három részre úgy, hogy az egyes részekben a számjegyek mennyisége és a számok összege is három egymást követő természetes szám legyen!

Megoldás: 1-től 12-ig a számokban összesen 15 számjegy van. Ezért a számjegyek száma az egyes részekben: 4, 5 és 6 lesz. Az óra számlapján lévő számok összege 78. A középső összeg tehát $78:3=26$. A három összeg ezért: 25, 26 és 27. A két feltétel csak akkor teljesül egyszerre, ha az első részben a 8, 9, 10 (4 számjegy, összegük 27), a másodikban a 3, 4, 5, 6, 7 (5 számjegy, összegük 25), a harmadikban pedig az 1, 2, 11, 12 (6 számjegy, összegük 26) számok kerülnek.