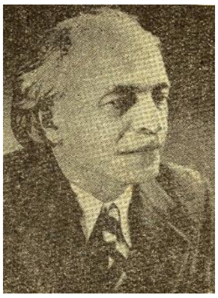


XXII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY

Zenta, 2024. december 8.

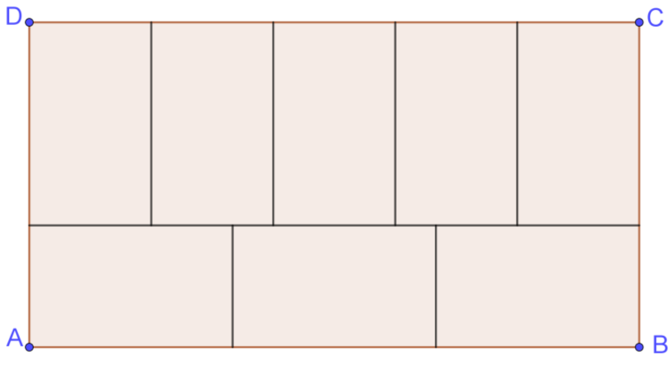
6. évfolyam

1. Egy vízi sportokkal foglalkozó klubban úszást, evezést vagy vitorlázást lehet edzeni. A klubnak 44 hatodik osztályos tagja van. Közülük 22-en úsznak, 18-an eveznek és 21-en vitorláznak. 7-en úsznak és eveznek is, 8-an úsznak és vitorláznak is, 5-en pedig eveznek és vitorláznak is. A klub hány hatodik osztályos tagja foglalkozik a három vízi sport mindegyikével és hányan edzenek csak egy vízi sportot?

2. A háromágú tölgyfa tündére cserebere gyümölcsvásárt rendez. A gyümölcsök cseréje a következő szabály alapján történik: 11 szóló szőlő 14 mosolygó almát ér, 22 csengő barackért 21 mosolygó almát lehet kapni, 10 csengő barackot 3 citromízű banánra lehet cserélni és 5 bongó körtéért 2 citromízű banánt adnak. Hány bongó körtét kell adni ezen a vásáron 7 szóló szőlőért?

3. A 2024 egy olyan szám, amelyben az első és a harmadik számjegy összege egyenlő a második és a negyedik számjegy összegével. Hány ilyen évszám van a 3. évezredben?

4. Az $ABCD$ téglalapot 8 egybevágó téglalapra osztottuk (lásd az ábrát). Mennyi az $AB : BC$ arány?

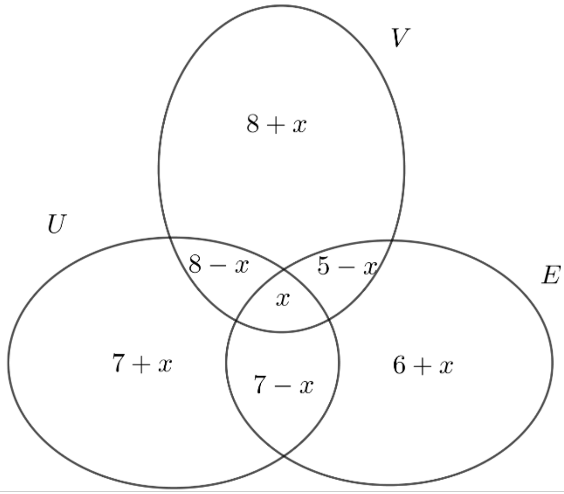


A feladatok kidolgozására 120 perc áll rendelkezésre.

Jó munkát!

XXII. FEKETE MIHÁLY EMLÉKVERSENY FELADATAINAK MEGOLDÁSAI – 6. évfolyam

1. Egy vízi sportokkal foglalkozó klubban úszást, evezést vagy vitorlázást lehet edzeni. A klubnak 44 hatodik osztályos tagja van. Közülük 22-en úsznak, 18-an eveznek és 21-en vitorláznak. 7-en úsznak és eveznek is, 8-an úsznak és vitorláznak is, 5-en pedig eveznek és vitorláznak is. A klub hány hatodik osztályos tagja foglalkozik a három vízi sport mindegyikével és hányan edzenek csak egy vízi sportot?



Megoldás.
$U = 22$, $E = 18$, $V = 21$, $U + E = 7$, $U + V = 8$, $E + V = 5$. Legyen $U + E + V = x$.
Ekkor az ábráról olvasva

$$(7+x)+(7-x)+(6+x)+(8-x)+x+(5-x)+(8+x)=44,$$

illetve $41 + x = 44$, ahonnan $x = 3$.
Csak egy vízi sportot

$$(7+x)+(6+x)+(8-x)+(8+x)=21+3x=21+9=30$$

hatodik osztályos klubtag edz.
Válasz: A klub hatodik osztályos tanulói közül *3*-an foglalkoznak mindhárom vízi sporttal és 30-an foglalkoznak csak egy féle vízi sport edzésével.

2. A háromágú tölgyfa tündére cserebere gyümölcsvásárt rendez. A gyümölcsök cseréje a következő szabály alapján történik: 11 szóló szőlő 14 mosolygó almát ér, 22 csengő barackért 21 mosolygó almát lehet kapni, 10 csengő barackot 3 citromízű banánra lehet cserélni és 5 bongó körtéért 2 citromízű banánt adnak. Hány bongó körtét kell adni ezen a vásáron 7 szóló szőlőért?

Megoldás. Az első feltételből következik, hogy 33 szóló szőlő 42 mosolygó almát ér, a másodikból pedig, hogy 42 mosolygó almáért 44 csengő barackot adnak. Ez azt jelenti, hogy 33 szóló szőlő 44 csengő barackot ér, vagyis 3 szóló szőlő pontosan 4 csengő barackot, illetve 15 szóló szőlő pontosan 20 csengő barackot ér.
20 csengő barackért, azaz $2 \cdot 10$ csengő barackért $2 \cdot 3$ citromízű banánt, vagyis 6 citromízű banánt adnak. Ebből következik, hogy 5 szóló szőlőért 2 citromízű banánt adnak.
Mivel 5 bongó körtéért is 2 citromízű banánt adnak, így 5 szóló szőlő ugyanannyit ér, mint 5 bongó körte, vagyis 1 szóló szőlő ugyanannyit ér, mint 1 bongó körte.

Válasz: Ezen a vásáron 7 bongó körtét kell adni 7 szóló szőlőért.

3. A 2024 egy olyan szám, amelyben az első és a harmadik számjegy összege egyenlő a második és a negyedik számjegy összegével. Hány ilyen évszám van a 3. évezredben?

Megoldás. A harmadik évezredben az első év a 2001, az utolsó a 3000. A 3000 nem rendelkezik a kért tulajdonsággal, így az összes keresett szám 2-essel kezdődő négyjegyű évszám. A harmadik helyen bármilyen számjegy állhat, így a az első és a harmadik számjegy összege 2-től 11-ig bármi lehet (2-t és 11-et is beleértve). Ha ez az összeg k, és $k \le 11$, akkor a második és a negyedik számjegy megválasztása a következőképpen lehetséges:

$$0+k,\ 1+(k-1),\ \ldots,\ k+0.$$

Ha $k=2$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+2,\ 1+1,\ 2+0.$$

Ha $k=3$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+3,\ 1+2,\ 2+1,\ 3+0.$$

Ha $k=4$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+4,\ 1+3,\ 2+2,\ 3+1,\ 4+0.$$

Ha $k=5$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+5,\ 1+4,\ 2+3,\ 3+2,\ 4+1,\ 5+0.$$

Ha $k=6$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+6,\ 1+5,\ 2+4,\ 3+3,\ 4+2,\ 5+1,\ 6+0.$$

Ha $k=7$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+7,\ 1+6,\ 2+5,\ 3+4,\ 4+3,\ 5+2,\ 6+1,\ 7+0.$$

Ha $k=8$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+8,\ 1+7,\ 2+6,\ 3+5,\ 4+4,\ 5+3,\ 6+2,\ 7+1,\ 8+0.$$

Ha $k=9$, akkor a lehetséges előállítások

$$0+9,\ 1+8,\ 2+7,\ 3+6,\ 4+5,\ 5+4,\ 6+3,\ 7+2,\ 8+1,\ 9+0.$$

Ha $k=10$, akkor a lehetséges előállítások

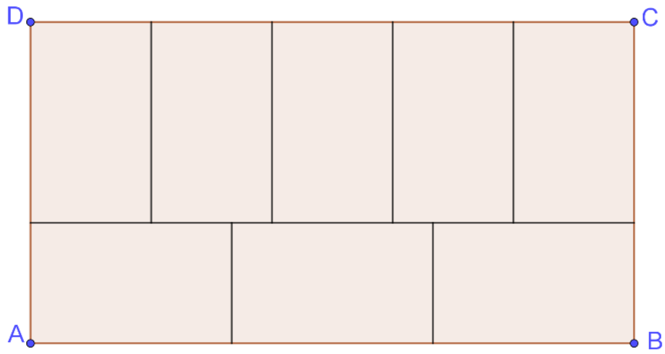
$$1+9,\ 2+8,\ 3+7,\ 4+6,\ 5+5,\ 6+4,\ 7+3,\ 8+2,\ 9+1.$$

Ha viszont $k=11$, akkor a lehetséges előállítások

$$2+9,\ 3+8,\ 4+7,\ 5+6,\ 6+5,\ 7+4,\ 8+3,\ 9+2.$$

Válasz: összesen $3+4+5+6+7+8+9+10+9+8=69$ ilyen szám van.

4. Az $ABCD$ téglalapot 8 egybevágó téglalapra osztottuk (lásd az ábrát). Mennyi az $AB:BC$ arány?



Megoldás. Jelöljük a kis téglalapok hosszabb oldalának hosszát a, rövidebb oldalának hosszát pedig b betűvel.

Mivel

$AB=CD=3a=5b$, ezért $a=\dfrac{5b}{3}$.

Így $BC=a+b=\dfrac{5b}{3}+b=\dfrac{8b}{3}$.

Innen $AB:BC=5b:\dfrac{8b}{3}=5:\dfrac{8}{3}=\dfrac{15}{8}$.

Válasz: az $AB:BC$ arány $15:8$.